

**О ПРИМЕРНЫХ БИЛЕТАХ ДЛЯ СДАЧИ ЭКЗАМЕНА
ПО ВЫБОРУ ВЫПУСКНИКАМИ 9 КЛАССОВ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ, ОСУЩЕСТВИВШИХ ПЕРЕХОД
НА НОВЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ СТАНДАРТ
ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

*Письмо Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки
от 18 января 2007 г. № 01-14/08-01*

ГЕОМЕТРИЯ

Устный экзамен по геометрии по своему статусу является экзаменом по выбору. В настоящее время в школах существуют две формы проведения итоговой аттестации по геометрии. Традиционная форма – устный экзамен по билетам. Кроме того, устный экзамен по геометрии может быть проведен и в форме защиты реферата.

Так как учащиеся изучают геометрию по разным учебникам, то для получения объективной информации об уровне знаний и уровне усвоения изученного материала государственную итоговую аттестацию учащихся естественно проводить в соответствии с содержанием и требованиями федерального компонента государственного стандарта общего образования. Математика. Примерные билеты по геометрии представлены двумя комплектами.

В пункте 3 введения сформулированы принципы, положенные в основу создания каждого комплекта; указаны различия в выборе элементов содержания, выносимых на контроль; определены критерии, положенные в основу отбора задач (практическая часть).

Следует еще раз обратить внимание, что приведенные комплекты билетов являются примерными. Поэтому учитель по своему усмотрению может вносить в них изменения, дополнения, исходя из конкретных условий обучения, используемого учебно-методического комплекса.

1. Документы, определяющие содержание.

Содержание и уровень требований устного экзамена определяются следующими документами:

1. Обязательный минимум содержания основного общего образования по математике (приказ Минобрнауки России от 19 мая 1998 г. № 1236).
2. Обязательный минимум содержания среднего (полного) общего образования по математике (приказ Минобрнауки России от 30 июня 1999 г. № 56).
3. Программы для общеобразовательных учреждений (школ, гимназий, лицеев): Математика. 5–11 кл./Сост. Г.М. Кузнецова, Н.Г. Миндюк. – М., Дрофа. 1998, 2000, 2002.
4. Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Математика. Основное общее образование.
5. Оценка качества подготовки выпускников основной школы по математике/Г.В. Дорофеев и др. – М., Дрофа, 2000. (В этой книге представлена конкретизация уровня требований, предъявляемых к итоговой аттестационной работе.)

2. Общая характеристика содержания комплектов билетов, требований к уровню подготовки выпускников основной школы. Особенности проведения устного экзамена.

Как было сказано выше, устный экзамен по геометрии является экзаменом по выбору, и это определяет его цели и структуру.

Целью устного экзамена является проверка уровня предметной компетентности учащихся 9 классов по геометрии за курс основной школы в рамках проведения итоговой аттестации.

Отличие геометрии от всех других образовательных предметов состоит в том, что ее содержание практически не меняется в течение многих веков и основные цели ее изучения также остаются неизменными:

1. Развитие пространственных представлений, что в требованиях, предъявляемых к знаниям и умениям учащихся стандартом, формулируется как умение:

- читать и делать чертежи, необходимые для решения;
- выделять необходимую конфигурацию при чтении чертежа;
- определять необходимость дополнительных построений при решении задач и выполнять их;
- различать взаимное расположение геометрических фигур.

2. Формирование и развитие логического мышления, что в требованиях, предъявляемых к знаниям и умениям учащихся стандартом, формулируется как владение методами доказательств, применяемыми при обосновании геометрических утверждений (теорем, лемм, следствий и т.д.), а также при проведении аргументации и доказательных рассуждений в ходе решения задач.

Как известно, количество билетов, позволяющее нормализовать учебную нагрузку выпускника в период подготовки и сдачи экзаменов, находится в пределах от 20 до 25. В обоих комплектах выдержано данное требование.

3. Контролируемое содержание.

Требования к уровню подготовки выпускников.

Устный экзамен рассчитан на выпускников 9 классов общеобразовательных учреждений (школ, лицеев, гимназий).

Анализ содержания стандарта с точки зрения полноты проверки уровня сформированности изложенных выше требований и минимизации собственно объема содержания, выносимого на итоговую аттестацию, позволяет утверждать: такую проверку *наиболее четко и в явном виде* можно провести на содержании разделов «Геометрические фигуры и их свойства», «Измерение геометрических величин», «Векторы» и двух темах раздела «Геометрические преобразования» (равенство и подобие фигур).

Конкретизация содержания, выносимого на государственную итоговую аттестацию, и его детализация определяются в каждом разделе теоремами, в которых сформулированы свойства и признаки фигур, отношения между фигурами, и формулами, которые позволяют находить значения геометрических величин.

Выделенное содержание, выносимое на итоговую аттестационную проверку, определяет конкретное число теоретических вопросов. При этом все вопросы разделены на две группы. Вопросы первой группы более простые и соответствуют уровню *базовой* подготовки, а вопросы второй группы отвечают *продвинутому* уровню усвоения.

4. Структура экзаменационного билета.

4.1. Теоретическая часть.

Принципиальными являются различия в уровне сложности первого и второго теоретических вопросов, а также в требованиях, предъявляемых к ответу.

Первый вопрос. Базовый уровень.

В первом вопросе от учащихся требуется выполнить *одно* из трех возможных заданий: первое – дать определение фигуры; второе – воспроизвести одну из формул для вычисления длин отрезков, градусных мер углов, площадей; третье – воспроизвести *формулировку* одной из теорем о свойствах или признаках фигур, их элементов, отношениях фигур.

При ответе на *первый вопрос* учащиеся должны:

В первом случае дать четкое определение фигуры, включающее в себя как вербальное определение, так и графическое – чертеж, а также привести пример применения этого определения, верно иллюстрирующий его смысл.

Во втором случае правильно воспроизвести одну из формул для вычисления значений геометрических величин (длин, углов, площадей), при этом, кроме записи формулы, необходимо выполнить чертеж и объяснить смысл формулы. Привести пример применения этой формулы, позволяющий сделать вывод об уровне сформированности умения применять эту формулу.

В третьем случае воспроизвести *формулировку* теоремы, проиллюстрировав содержание теоремы выполнением чертежа; привести пример применения этой теоремы, верно отражающий ее содержание и смысл.

Второй вопрос. Продвинутый уровень.

Во втором вопросе учащиеся должны, как правило, дать определение фигуры, сформулировать ее свойство или признак, указанный в теореме, и доказать эту теорему.

При ответе на *второй вопрос* учащиеся должны:

- дать определение фигуры, включающее в себя как вербальное определение, так и графическое – чертеж;
- правильно воспроизвести *формулировку* теоремы, проиллюстрировав ее выполнением чертежа по условию теоремы;
- привести доказательство теоремы, при этом доказательство считается *выполненным верно*, если учащийся правильно привел схему доказательства, обосновал все логические шаги, выполнил чертежи, которые правильно отражают, кроме условия, еще и ход доказательства.

При составлении билетов желательно проследить за тем, чтобы в каждом билете был представлен материал, относящийся к разным классам и разным геометрическим фигурам. Однако поскольку обучение ведется по разным учебникам, то выдержать это требование достаточно проблематично.

Целью третьих вопросов (задач) является проверка уровня сформированности *пространственных представлений*, и эти задания соответствуют уровню *базовой* подготовки.

С помощью заданий третьих вопросов проверяются знание и понимание важных элементов содержания (геометрических понятий, свойств основных фигур, отношений между фигурами, методов доказательств и пр.), владение основными формулами, умение применять полученные знания к решению геометрических задач. При выполнении этих заданий учащиеся также должны продемонстрировать определенную системность знаний и широту представлений, узнавать стандартные задачи в разнообразных формулировках.

Целью четвертых вопросов (задач) является проверка уровня сформированности логического мышления или логической интуиции. Проверка уровня сформированности логического мышления может быть осуществлена не только и не столько при решении задач уровня базовой подготовки, но и в значительной степени при решении задач *повышенного* уровня подготовки.

Эти задачи проверяют, насколько ученик способен излагать свои мысли математически грамотно, приводить аргументы и вести рассуждение. Эти задания сложнее, их решения требуют более глубокого уровня усвоения изученного материала. Они позволяют проверить владение методами доказательств, способность к интеграции знаний из различных тем курса планиметрии, владение исследовательскими навыками, а также умение найти и применить нестандартные приемы рассуждений. При выполнении второй части работы учащиеся должны продемонстрировать умение геометрически грамотно записать условие (*что дано*) и заключение (*что требуется найти или доказать*) задачи, ее решение, сопровождая само решение необходимой аргументацией и доказательными рассуждениями. Кроме того, учащиеся должны показать умение геометрически грамотно выполнять чертежи: правильно отмечать равные элементы фигур, проводить медианы треугольников, высоты треугольников и четырехугольников, диагонали четырехугольников и многоугольников, радиусы, хорды, диаметры окружностей и т.д.

Ответы на два практических задания билета позволяют судить об уровне сформированности предметной компетентности учащегося.

5. Время подготовки выпускника. Система оценивания ответа.

Примерное время, отводимое на подготовку выпускника к ответу, – 30–35 минут, независимо от выбранного комплекта билетов.

Оценивание ответа осуществляется по *традиционной пятибалльной шкале*, что обусловлено отсутствием единой процедуры проведения устного экзамена в регионах. В одних случаях устный опрос производится по вопросам теории, а решения задач предъявляются комиссии без комментариев в письменной форме, в других случаях у доски рассматривается подробное решение задач с ссылками на все используемые факты, а теория оценивается по

представленным записям. Потому и даны общие рекомендации по оцениванию ответов учащихся. Заметим, что при сдаче экзамена по геометрии за курс основной школы для получения положительной отметки, в отличие от старшей школы, не предъявляется столь жесткого требования, как обязательность решения хотя бы одной задачи. Это условие принципиально, поскольку итоговая аттестация по окончании основной школы лишь первый опыт сдачи экзаменов, потому и требования к ней несколько щадящие.

Для получения положительной **отметки «3»** ученик должен верно ответить на первый вопрос и решить одну из задач, возможно с некоторыми незначительными недочетами, или ответить только на вопросы теоретической части.

Отметка «4» ставится, если ученик ответил на теоретические вопросы и решил задачу базового уровня подготовки или ответил только на один теоретический вопрос и при этом решил обе задачи.

Отметка «5» ставится, если ученик ответил на теоретические вопросы и решил задачу повышенного уровня подготовки или ответил на теоретические вопросы и решил обе задачи, возможно с незначительными недочетами.

Во всех остальных случаях ставится **отметка «2»**.

***Комплект примерных билетов по геометрии
для выпускников 9 классов общеобразовательных
учреждений Российской Федерации***

Билет № 1

1. Сформулируйте определение окружности, вписанной в треугольник. Сформулируйте теорему о центре вписанной окружности. Приведите пример применения теоремы о центре вписанной окружности.
2. Сформулируйте определение трапеции. Сформулируйте определение средней линии трапеции. Сформулируйте и докажите теорему о средней линии трапеции.
3. Задача: Сторона правильного шестиугольника, описанного около окружности, равна 2 см. Найдите сторону правильного треугольника, вписанного в эту окружность.
4. Задача: В треугольник ABC вписан равнобедренный прямоугольный треугольник DEF так, что его гипотенуза DF параллельна стороне AC, а вершина E лежит на стороне AC. Найдите высоту треугольника ABC, если $AC = 16$ см; $DF = 8$ см.

Билет № 2

1. Сформулируйте определение синуса острого угла прямоугольного треугольника. Приведите пример его применения при решении прямоугольных треугольников.
2. Сформулируйте определение равнобедренного треугольника. Сформулируйте и докажите признак равнобедренного треугольника.
3. Задача: Стороны треугольника равны 3 см, 2 см и $\sqrt{3}$ см. Определите вид этого треугольника.
4. Задача: На стороне AB параллелограмма ABCD как на диаметре построена окружность, проходящая через точку пересечения диагоналей и середину стороны AD. Найдите углы параллелограмма.

Билет № 3

1. Сформулируйте теорему Фалеса. Приведите пример ее применения.
2. Сформулируйте определение равнобедренного треугольника. Сформулируйте и докажите свойство углов при основании равнобедренного треугольника.
3. Задача: Угол между высотами BK и BL параллелограмма $ABCD$, проведенными из вершины его острого угла B , в четыре раза больше самого угла ABC . Найдите углы параллелограмма.
4. Задача: Через вершину B равнобедренного треугольника ABC параллельно основанию AC проведена прямая BD . Через точку K – середину высоты BH проведен луч AK , пересекающий прямую BD в точке D , а сторону BC в точке N . Определите, в каком отношении точка N делит сторону BC .

Билет № 4

1. Сформулируйте определение окружности. Приведите формулу длины окружности. Приведите формулу длины дуги окружности. Приведите примеры применения либо формулы длины окружности, либо формулы длины дуги окружности.
2. Сформулируйте определение медианы треугольника. Сформулируйте и докажите свойство медианы равнобедренного треугольника.
3. Задача: Сторона ромба равна 10, а один из его углов равен 30° . Найдите радиус окружности, вписанной в ромб.
4. Задача: Одна из диагоналей прямоугольной трапеции делит эту трапецию на два прямоугольных равнобедренных треугольника. Какова площадь этой трапеции, если ее меньшая боковая сторона равна 4?

Билет № 5

1. Сформулируйте неравенство треугольника. Приведите пример его применения.
2. Сформулируйте определение параллелограмма. Сформулируйте и докажите свойство диагоналей параллелограмма.
3. Задача: Найдите больший угол треугольника, если две его стороны видны из центра описанной окружности под углами 100° и 120° .
4. Задача: Известно, что в равнобокую трапецию с боковой стороной, равной 5, можно вписать окружность. Найдите длину средней линии трапеции.

Билет № 6

1. Приведите формулы площади прямоугольника и площади параллелограмма. Приведите примеры применения площади прямоугольника либо площади параллелограмма.
2. Сформулируйте определение равных треугольников. Сформулируйте признаки равенства треугольников и докажите один из них по выбору.
3. Задача: Определите вид четырехугольника, вершины которого являются серединами сторон произвольного выпуклого четырехугольника.
4. Задача: В треугольник ABC вписана окружность, которая касается сторон AB и BC в точках E и F соответственно. Касательная MK к этой окружности пересекает стороны AB и BC соответственно в точках M и K . Найдите периметр треугольника BMK , если $BE = 6$ см.

Билет № 7

1. Приведите формулы для радиусов вписанных и описанных окружностей правильных многоугольников. Приведите пример их применения для n -угольников для любого $n \leq 6$ (n определяет учащийся).
2. Сформулируйте определение параллельных прямых. Сформулируйте аксиому параллельных прямых. Сформулируйте признаки параллельности прямых и докажите один из них по выбору.
3. Задача: В трапеции $ABCD$ диагональ BD является биссектрисой прямого угла ADC . Найдите отношение диагонали BD к стороне AB трапеции, если угол $\sphericalangle BAD = 30^\circ$.
4. Задача: Треугольник ABC , стороны которого 13 см, 14 см и 15 см, разбит на три треугольника отрезками, соединяющими точку пересечения медиан M с вершинами треугольника. Найдите площадь треугольника BMC .

Билет № 8

1. Сформулируйте определения круга и сектора. Приведите формулы площади круга и площади сектора. Приведите пример применения одной из формул: либо площади круга, либо площади сектора по выбору учащегося.
2. Сформулируйте определение прямоугольного треугольника. Сформулируйте и докажите теорему Пифагора.
3. Задача: Площадь треугольника, описанного около окружности, равна см^2 . Найдите периметр треугольника, если радиус окружности равен 7 см.
4. Задача: В равнобокой трапеции одно из оснований в два раза больше другого. Диагональ трапеции является биссектрисой острого угла. Найдите меньшее основание трапеции, если ее площадь равна $27\sqrt{3} \text{ см}^2$.

Билет № 9

1. Сформулируйте определение окружности, описанной около треугольника. Сформулируйте теорему о центре описанной окружности. Приведите пример применения теоремы о центре описанной окружности.
2. Сформулируйте определение средней линии треугольника. Сформулируйте и докажите теорему о средней линии треугольника.
3. Задача: Из вершины B в треугольнике ABC проведены высота BH и биссектриса BD . Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD , если углы BAC и BCA равны 20° и 60° соответственно.
4. Задача: Две окружности, радиусы которых равны 9 см и 3 см, касаются внешним образом в точке A . Через точку A проходит их общая секущая BC , причем точка B принадлежит большей окружности. Найдите длину отрезка AB , если отрезок AC равен 5 см.

Билет № 10

1. Сформулируйте теорему о сумме углов треугольника. Приведите пример ее применения.
2. Сформулируйте определение ромба. Сформулируйте и докажите свойство диагоналей ромба.
3. Задача: Внутри равностороннего треугольника ABC отмечена точка D , такая, что Угол $\sphericalangle BAD =$ углу $\sphericalangle BCD = 15^\circ$. Найдите угол ADC .
4. Задача: Окружность радиуса R касается гипотенузы равнобедренного прямоугольного треугольника в вершине его острого угла и проходит через вершину прямого угла. Найдите длину дуги, заключенной внутри треугольника, если $R = 8/\pi$.

Билет № 11

1. Сформулируйте определение выпуклого многоугольника. Сформулируйте теорему о сумме углов выпуклого многоугольника. Приведите пример ее применения.
2. Сформулируйте определение прямоугольника. Сформулируйте и докажите свойство диагоналей прямоугольника.
3. Задача: Через вершины A , B и C ромба $ABCO$ проведена окружность, центром которой является вершина O . Найдите длину дуги AC , содержащей вершину B , если длина всей окружности равна 30 см.
4. Задача: При пересечении двух прямых n и m секущей k образовалось восемь углов. Четыре из них равны 60° , а четыре другие – 120° . Определите взаимное расположение прямых n и m .

Билет № 12

1. Приведите формулы площади треугольника. Приведите примеры их применения.
2. Сформулируйте определение параллелограмма. Сформулируйте и докажите признак параллелограмма по выбору учащегося.
3. Задача: Точки A , B и C делят окружность на три части так, что $\angle AB : \angle BC : \angle AC = 4 : 7 : 9$. Определите наибольший угол треугольника ABC .
4. Задача: Углы при основании AD трапеции $ABCD$ равны 60° и 30° , $AD = 17$ см, $BC = 7$ см. Найдите боковые стороны.

Билет № 13

1. Сформулируйте определение тангенса острого угла прямоугольного треугольника. Приведите пример его применения при решении прямоугольных треугольников.
2. Сформулируйте определение параллелограмма. Сформулируйте и докажите свойства углов и сторон параллелограмма.
3. Задача: Длины двух сторон равнобедренного треугольника равны соответственно 6 см и 2 см. Определите длину третьей стороны этого треугольника.
4. Задача: Два круга, радиусы которых равны 5 см, имеют общую хорду длины $5\sqrt{2}$ см. Найдите площадь общей части этих кругов.

Билет № 14

1. Сформулируйте определение внешнего угла треугольника. Сформулируйте теорему о свойстве внешнего угла треугольника. Приведите пример ее применения.
2. Сформулируйте и докажите теорему косинусов. Приведите пример ее применения для решения треугольников.
3. Задача: Стороны треугольника равны 4 см, 5 см и 8 см. Найдите длину медианы, проведенной из вершины большего угла.
4. Задача: В параллелограмме $ABCD$ диагональ BD перпендикулярна стороне AD . Найдите AC , если $AD = 6$ см, $BD = 5$ см.

Билет № 15

1. Приведите формулу площади трапеции. Приведите пример ее применения.
2. Сформулируйте определение равных треугольников. Сформулируйте признаки равенства прямоугольных треугольников и докажите один из них по выбору.
3. Задача: Большая диагональ ромба равна 12 см, а один из его углов равен 60° . Найдите длину вписанной в него окружности.
4. Задача: В равнобедренном треугольнике центр вписанной окружности делит высоту в отношении $17 : 15$, а боковая сторона равна 34 см. Найдите основание треугольника.

Билет № 16

1. Сформулируйте теорему о зависимости между сторонами и углами треугольника. Приведите пример ее применения.
2. Сформулируйте определение подобных треугольников. Сформулируйте признаки подобия треугольников и докажите один из них по выбору.
3. Задача: Найдите меньший угол параллелограмма, если его стороны равны 1 и $\sqrt{3}$, а одна из диагоналей равна $\sqrt{7}$.
4. Задача: В треугольник ABC вписан квадрат так, что две его вершины лежат на стороне AB и по одной вершине – на сторонах AC и BC. Найдите площадь квадрата, если $AB = 40$ см, а высота, проведенная из вершины C, имеет длину 24 см.

Билет № 17

1. Сформулируйте определение вектора. Сформулируйте определение суммы векторов. Сформулируйте свойства сложения векторов. Приведите примеры сложения векторов.
2. Сформулируйте и докажите теорему синусов. Приведите пример ее применения для решения треугольников.
3. Задача: Вписанный угол, образованный хордой и диаметром окружности, равен 72° . Определите, что больше: хорда или радиус окружности.
4. Задача: В трапеции ABCD стороны AB и CD равны, биссектриса тупого угла B перпендикулярна диагонали AC и отсекает от данной трапеции параллелограмм. Найдите величину угла BCD.

Билет № 18

1. Сформулируйте определение вектора. Сформулируйте определение произведения вектора на число. Сформулируйте свойства произведения вектора на число. Приведите примеры произведения вектора на число.
2. Сформулируйте определения центрального угла окружности и угла, вписанного в окружность. Сформулируйте и докажите теорему об измерении вписанного угла.
3. Задача: Медиана BM треугольника ABC перпендикулярна его биссектрисе AD. Найдите AB, если $AC = 12$ см.
4. Задача: В прямоугольной трапеции ABCD с основаниями 17 см и 25 см диагональ AC является биссектрисой острого угла A. Найдите меньшую боковую сторону трапеции.

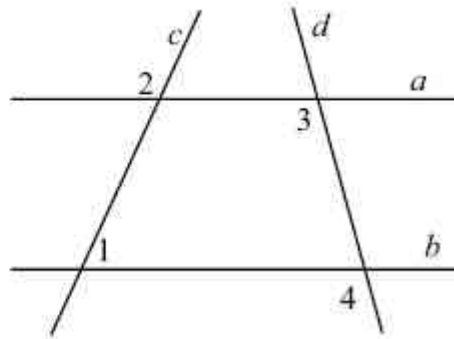
Билет № 19

1. Сформулируйте определение скалярного произведения векторов и определение угла между векторами. Приведите пример применения скалярного произведения векторов для определения угла между векторами.
2. Сформулируйте определение серединного перпендикуляра к отрезку. Сформулируйте и докажите свойство серединного перпендикуляра к отрезку.
3. Задача:

На рисунке:

$$\angle 1 = 55^\circ; \angle 2 = 125^\circ; \angle 3 = 123^\circ.$$

Найдите $\angle 4$.



4. Задача: Треугольник ABC – равносторонний со стороной, равной a . На расстоянии a от вершины A взята точка D, отличная от точек B и C. Найдите угол BDC.

Билет № 20

1. Сформулируйте свойство углов, образованных при пересечении параллельных прямых секущей. Приведите пример вычисления углов при пересечении параллельных прямых секущей.
2. Сформулируйте теоремы о пропорциональных отрезках в прямоугольном треугольнике и докажите один из них по выбору.
3. Задача: Из точки, лежащей на гипотенузе равнобедренного прямоугольного треугольника, на катеты треугольника опущены перпендикуляры. Найдите катет треугольника, если периметр полученного четырехугольника равен 12 см.
4. Задача: Около правильного шестиугольника со стороной 8,5 описана окружность. Около этой окружности описан правильный четырехугольник. Найдите сторону четырехугольника.

Билет № 21

1. Сформулируйте определение косинуса острого угла прямоугольного треугольника. Приведите пример его применения при решении прямоугольных треугольников.
2. Сформулируйте определение биссектрисы угла. Сформулируйте и докажите свойство биссектрисы треугольника.
3. Задача: Площадь ромба ABCD равна $242\sqrt{2}$. Вычислите сторону ромба, если один из его углов равен 135° .
4. Задача: К окружности, радиус которой равен 3, из точки, удаленной от центра окружности на расстояние 5, проведены две касательные. Вычислите расстояние между точками касания.